

## 8 Deterministické a nedeterministické Turingovy stroje

### 8.1 Řešení příkladů z domácí přípravy.

1. Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který realizuje funkci  $f: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ , kde

$$f(w) = w1w.$$

- a) Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj realizuje funkci  $f$ .
  - b) Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem  $w = 011$ .
  - c) Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky  $n$ .
2. Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje jazyk  $L$ , kde

$$L = \{(01)^n 2^{2n} \mid n \geq 1\},$$

nad abecedou  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ .

- a) Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj rozhoduje jazyk  $L$ .
- b) Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem  $w = 012012$  a nad slovem  $u = 0122$ .
- c) Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky  $n$ .

### Příklad z minulého cvičení

- 8.2 Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje jazyk  $L$ , kde

$$L = \{w \mid |w|_0 = |w|_1\},$$

nad abecedou  $\Sigma = \{0, 1\}$ .

- a) Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj rozhoduje jazyk  $L$ .
- b) Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem  $w = 01010$  a nad slovem  $u = 1100$ .

- c) Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky  $n$ .

### Nové příklady

**8.3** Je dán nedeterministický Turingův stroj  $M = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\})$  tabulkou

	0	1	B
$q_0$	$\{(q_0, 1, R)\}$	$\{(q_1, 0, R)\}$	$\emptyset$
$q_1$	$\{(q_1, 0, R), (q_0, 0, L)\}$	$\{(q_1, 1, R), (q_0, 1, L)\}$	$\{(q_f, B, R)\}$
$q_f$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

1. Ukažte práci TM na vstupním slově  $w = 01$  a vstupním slově  $u = 011$ .
2. Určete jazyk  $L(M)$ , který TM přijímá. Zdůvodněte. Je pravda, že ho také rozhoduje?

**8.4** Navrhněte nedeterministický TM, který rozhoduje jazyk  $L$  nad abecedou  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $L = \{w00w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ .

- a) Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj rozhoduje jazyk  $L$ .
- b) Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem  $w = 010001$  a nad slovem  $u = 1100$ .
- c) Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky  $n$ .

**8.5** Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje jazyk  $L$ , kde

$$L = \{w \mid |w|_0 > |w|_1\},$$

nad abecedou  $\Sigma = \{0, 1\}$ .

- a) Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj rozhoduje jazyk  $L$ .
- b) Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem  $w = 01010$  a nad slovem  $u = 1100$ .
- c) Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky  $n$ .

**8.6** Navrhňte Turingův stroj s jednou páskou, který realizuje funkci  $f: \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$ , definovanou

$$f(w) = a^k b^l, \text{ kde } k = |w|_a, l = |w|_b.$$

(Jinými slovy: ve vstupním slově  $w$  (nad  $\{a, b\}$ ) „přehází“ písmena tak, aby napřed byla  $a$ -čka a pak  $b$ -čka.)

1. Slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj realizuje funkci  $f$ .
2. Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem  $w = ababa$  a nad slovem  $u = bba$ .
3. Odhadněte asymptoticky počet kroků a použitých políček vůči vstupu délky  $n$ .