

7 Turingovy stroje

Řešení příkladu z domácí přípravy

7.1

1. Rozhodněte, zda je správný algoritmus pro nalezení minimální kostry. V případě, že správný je, najděte variant a dokažte invariant, v případě, že správný není, najděte protipříklad.

Vstup: Souvislý graf $G = (V, E)$ a ohodnocení hran $a : E \rightarrow \mathbb{Z}$.

Výstup: množina hran kostry K_{min} .

$\text{minKostral}(G = (V, E), a : E \rightarrow \mathbb{Z})$

seřídí hrany od největší

$T := E$

foreach $e \in E$ (od největší)

if $T \setminus \{e\}$ je souvislý graf **then**

$T := T \setminus \{e\}$

return T

2. Je dán Turingův stroj $M = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\})$ tabulkou

	0	1	B
q_0	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	—
q_1	$(q_f, 0, R)$	—	—
q_f	—	—	—

1. Ukažte práci TM na vstupním slově $w = 1010$ a vstupním slově $u = 0$.
2. Určete jazyk $L(M)$, který TM přijímá. Zdůvodněte. Je pravda, že ho také rozhoduje?

Nové příklady

- 7.2 Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje zadaný jazyk L , kde

$$L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\},$$

kde w^R znamená reverzi slova w ; tj. je-li $w = a_1a_2 \dots a_{n-1}a_n$, pak $w^R = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1$.

- a) Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj přijímá jazyk L .
- b) Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = aabaaa$ a nad slovem $u = aabbaa$.

7.3 Navrhňte Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje zadaný jazyk L , kde

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 1, i + j = k\}.$$

- Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj přijímá jazyk L .
- Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = abccc$ a nad slovem $u = abcc$.
- Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky n .

7.4 Navrhňte Turingův stroj s jednou páskou, který realizuje funkci $f: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$, kde

$$f(w) = w 0^{k+1}, \quad \text{kde } k = |w|.$$

- Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj realizuje funkci f .
- Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = 011$.
- Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky n .

7.5 Zjistěte, co počítá (jaký přijímá jazyk nebo jakou realizuje funkci) Turingův stroj

$$TM = (\{q_0, \dots, q_9, q_F\}, \{a, b\}, \Sigma \cup \{B, X, 0, 1\}, \delta, q_0, B, q_F),$$

jehož přechodová funkce je popsána následující tabulkou. Abeceda je $\Sigma = \{a, b\}$, počátečním stavem je q_0 a koncovým q_F .

	a	b	B	X
q_0	(q_1, B, R)	---	---	---
q_1	(q_1, a, R)	(q_1, b, R)	(q_2, B, L)	(q_2, X, L)
q_2	(q_4, a, L)	(q_3, X, L)	---	---
q_3	(q_3, a, L)	(q_3, b, L)	(q_0, B, R)	---
q_4	(q_4, a, L)	---	(q_5, B, R)	---
q_5	(q_6, B, R)	---	(q_F, B, R)	---
q_6	(q_6, a, R)	---	(q_7, B, L)	(q_6, X, R)
q_7	---	---	---	(q_8, B, L)
q_8	(q_8, a, L)	---	(q_5, B, R)	(q_8, X, L)
q_F	---	---	---	---

Předvedte výpočet (posloupnost konfigurací) nad slovem $w = aaab$. Asymptoticky odhadněte počet kroků TM a určete počet použitých políček v závislosti na vstupu délky n .

7.6 Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje jazyk L , kde

$$L = \{w \mid |w|_0 = |w|_1\},$$

nad abecedou $\Sigma = \{0, 1\}$.

- Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj rozhoduje jazyk L .
- Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = 01010$ a nad slovem $u = 1100$.
- Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky n .

Samostaná práce na příští cvičení

7.7 Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který realizuje funkci $f: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$, kde

$$f(w) = w11w.$$

- Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj realizuje funkci f .
- Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = 0111$.
- Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky n .

7.8 Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje jazyk L , kde

$$L = \{(01)^n 2^{2^n} \mid n \geq 1\},$$

nad abecedou $\Sigma = \{0, 1, 2\}$.

- Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj rozhoduje jazyk L .
- Předvedte výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = 012012$ a nad slovem $u = 0122$.
- Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky n .